



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ
Str. Dr. Liviu Gabor nr. 1, 300004, Timișoara,
Tel +40 (0)256 305799, Fax2mail +40 (0)371 627683
registratura@isjtm.ro, www.isjtm.edu.ro
Operator de date cu caracter personal nr.18818



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII

Inspectoratul Școlar Județean Timiș

Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, județul Timiș
5.02.2026

Clasa a X-a

(20p) 1. Dacă $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ și funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow [a, b]$, $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$ este surjectivă, determinați lungimea intervalului $[a, b]$.

(20p) 2. a) Să se arate că dacă $t > 0$ atunci $\sqrt{\frac{2}{t+2}} + \sqrt{\frac{t}{t+2}} \leq \sqrt{\frac{t^2+4}{2t}}$.

b) Să se arate că pentru oricare două numere reale a, b din intervalul $(0,1)$ sau $(1, \infty)$ are loc inegalitatea $\frac{1}{\sqrt{1+\log_a \sqrt{b}}} + \frac{1}{\sqrt{1+\log_b a^2}} \leq \sqrt{\log_a \sqrt{b} + \log_b a^2}$.

(20p) 3. a) Dacă $a, b \in \mathbb{Q}$, atunci $a^3\sqrt{4} + b^3\sqrt{2} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow a = b = 0$.

b) Să se arate că există o infinitate de numere întregi a, b, c astfel încât:
 $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 3)(a^3\sqrt{4} + b^3\sqrt{2} + c) \in \mathbb{Z}$.

(30p) 4. Fie numerele complexe $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ și punctele A_1, A_2, A_3 , având afixele z_1, z_2 și respectiv z_3 .

a) Dacă H este punctul de afix $z_1 + z_2 + z_3$ să se arate că H este ortocentrul triunghiului A_1, A_2, A_3 .

b) Știind că $z_1 + z_2 + z_3 = 1$, să se calculeze $\frac{1}{z_1^{2025}} + \frac{1}{z_2^{2025}} + \frac{1}{z_3^{2025}}$.

c) Știind că $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$ determinați $|z_1 + z_2 + z_3|$.

Prelucrare problema S:L25.303 Supliment GM 10/2025

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de 3 ore.
3. Din oficiu se acordă 10 puncte.

Succes!